二次関数の問題　1

３年（　　　）組（　　　）番　　氏名（　　　　　　　　　　）

(24) 関数 $y = -\frac{1}{3}x^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域は $a \leqq y \leqq b$ である。

このとき，a，b の値を求めなさい。

(23) 関数 $y = ax^2$ について、x の値が1から4まで増加するときの変化の割合が－2であった。このとき、a の値を求めなさい。

(22) 関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$　について，x の値が2から4まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(21) 関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$　について，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域は $a \leqq y \leqq b$ である。

このとき，a，b の値を求めなさい。

(20) 関数 $y = ax^2$ について、x の値が－4から－2まで増加するときの変化の割合が2であった。このとき、a の値を求めなさい。

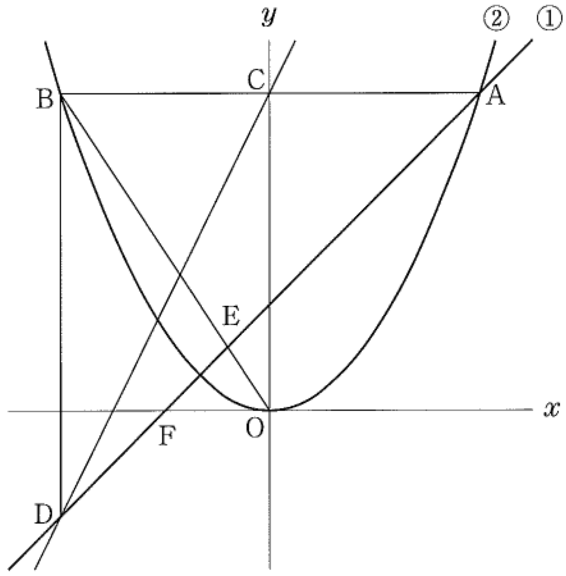
(19) x の値が1から3まで増加するとき、２つの関数 $y = ax^2$ と $y = 3x$ の変化の割合が等しくなるような a の値を求めなさい。

(24) 右の図において，直線①は関数 $y = x + 2$ のグラフであり，曲線②は関数 $y = ax^2$ のグラフである。点 A は直線①と曲線②との交点で，その x 座標は 4 である。点 B は曲線②上の点で，線分 AB は x 軸に平行であり，点 C は線分 AB と y 軸との交点である。また，点 D は直線①上の点で，線分 BD は y 軸に平行である。原点を O とするとき，次の問いに答えなさい。

(ア) 曲線②の式 $y = ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ) 直線 CD の式を求め，$y = mx + n$ の形で書きなさい。

(ウ) 直線①と線分 OB との交点を E，直線①と x 軸との交点を F とするとき，三角形 ABE と三角形 OEF の面積の比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。

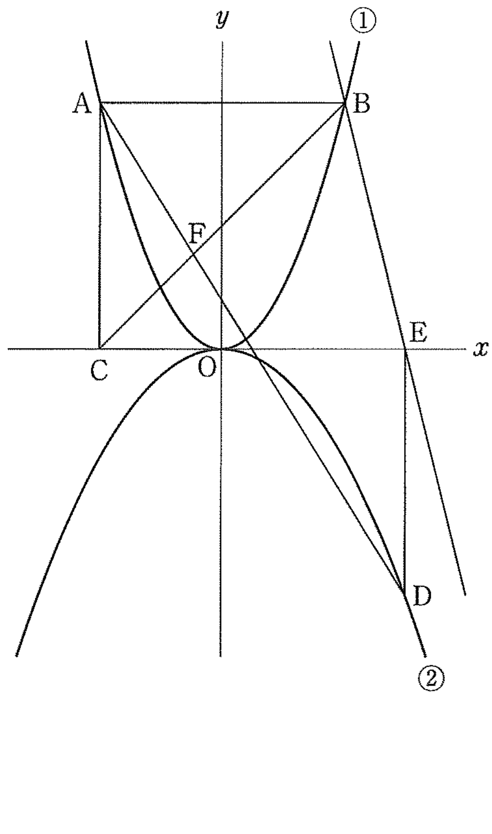


(23) 図において，曲線①は関数 $y = x^2$ のグラフであり，曲線②は関数 $y = ax^2$ のグラフである。ただし，$a < 0$ とする。2点 A，B はともに曲線①上の点で，点 A の x 座標は－2であり，線分 AB は x 軸に平行である。点 C は x 軸上の点で，線分 AC は y 軸に平行である。また，点 D は曲線②上の点で，その x 座標は3である。さらに，点 E は x 軸上の点で，線分 DE は y 軸に平行であり，AC = DE である。原点を O とするとき，次の問いに答えなさい。

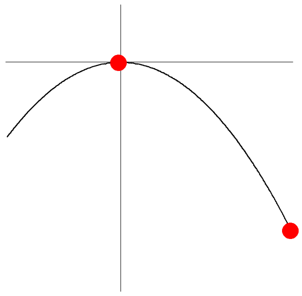
(ア) 曲線②の式 $y = ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ) 直線 BE の式を求め，$y = mx + n$ の形で書きなさい。

(ウ) 線分 AD と線分 BC との交点を F とするとき，線分 CF と線分 FB の長さの比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。



(24) 関数 $y = -\frac{1}{3}x^2$



y の最大値は $x = 0$ のときで $y = 0$

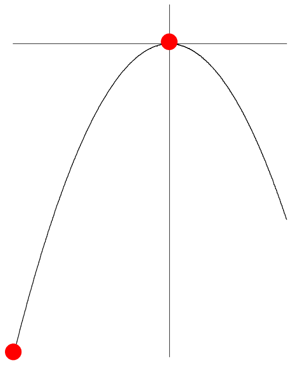
y の最小値は $x = 3$ のときで $y = -3$

$a = -3,\ b = 0$

(23) $(1 + 4) \times a = -2$　　$5a = -2$　　$a = -\frac{2}{5}$

(22) $(2 + 4) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -3$

(21) 関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$



y の最大値は $x = 0$ のときで $y = 0$

y の最小値は $x = -4$ のときで $y = -8$

$a = -8,\ b = 0$

(20) $(-4 - 2) \times a = 2$　　$-6a = 2$　　$a = -\frac{1}{3}$

(19) $y = ax^2$ の変化の割合は $(1 + 3)a = 4a$

$y = 3x$ の変化の割合はいつでも 3　これが等しいので　$4a = 3$　$a = \frac{3}{4}$

(24) (ア) $a = \frac{3}{8}$　(イ) $y = 2x + 6$　(ウ) △ ABE : △ OEF = 16 : 1

(ア) 点 A は直線①と曲線②との交点で，その x 座標は 4
直線①は関数 $y = x + 2$ のグラフ
$y = x + 2$ に $x = 6$ を代入して　点 A(4，6)となる
これを曲線②の $y = ax^2$ に代入して

$6 = 16a$　　$a = \frac{6}{16}$　　$a = \frac{3}{8}$

(イ) A(4，6)より C(0，6)，B(－4，6)が分かる。D の x 座標は－4 で、
$y = x + 2$ 上の点なので　代入して　$y = -4 + 2 = -2$　となり
D(－4，－2)が分かる

直線 CD の傾きは 4 コイッテ 8 なので $\frac{8}{4} = 2$

切片は 6 より，直線の式は $y = 2x + 6$

(ウ) F は $y = x + 2$ と x 軸との交点より，$y = 0$ を代入して，

$0 = x + 2$　$x = -2$　F$(-2,\ 0)$

AB // OF より，△ ABE ∽ △ FOE　AB : FO = 8 : 2 = 4 : 1 だから，

面積比は相似比の 2 乗になるので　　△ ABE : △ OEF $= 4^2 : 1^2 = 16 : 1$

(23) (ア)　$a = -\dfrac{4}{9}$　　(イ)　$y = -4x + 12$　　(ウ)　CF : FB = 5 : 8

(ア) 点 A は $y = x^2$ 上の点，x 座標は -2 より

代入して，$y = (-2)^2 = 4$　よって，A$(-2,\ 4)$

点 B も $y = x^2$ 上の点で，AB // x 軸より，B$(2,\ 4)$

点 C は x 軸上の点で，AC // y 軸より，C$(-2,\ 0)$

点 E は x 軸上の点であり，DE // y 軸，点 D の x 座標が 3 より，E$(3,\ 0)$

さらに，DE // y 軸，AC = DE より，DE = 4

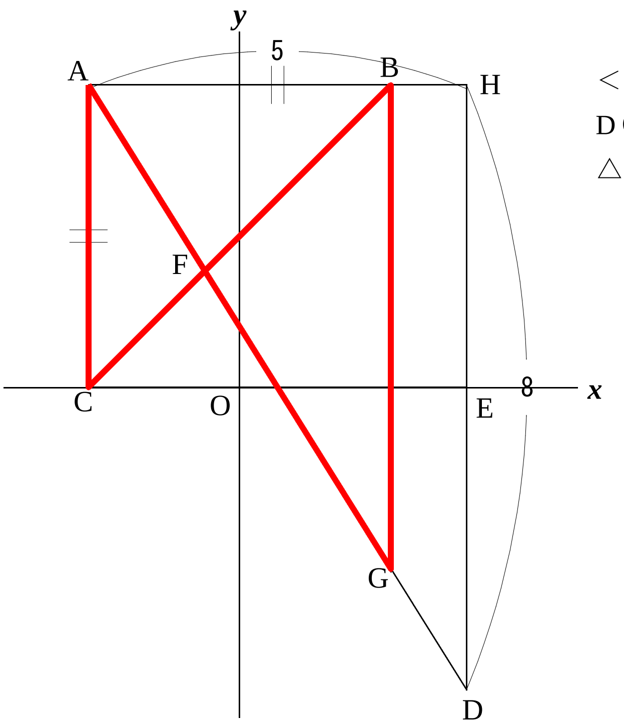
点 D は $y = ax^2$ 上の点で，$a < 0$ より，D$(3,\ -4)$

$y = ax^2$ に $x = 3$，$y = -4$ を代入して，$-4 = 9a$　　$a = -\dfrac{4}{9}$

(イ) 点 B$(2,\ 4)$，点 E$(3,\ 0)$　1 コイッテ 4 サガルので傾きは $-\dfrac{4}{1} = -4$

$y = -4x + b$ に E$(3,\ 0)$ を代入して　$0 = -12 + b$　　$b = 12$

(ウ)　CF : FB = AC : BG = AB : BG = AH : HD = 5 : 8



＜説明＞

D$(3,\ -4)$，H$(3,\ 4)$ より HD = 8

△ ACF ∽ △ GBF より

CF : FB = AC : BG

AC = AB より

AC : BG = AB : BG

△ ABG ∽ △ AHD より

AB : BG = AH : HD = 5 : 8

(ｳ)（別解）

ADと x 軸との交点をGとすると、

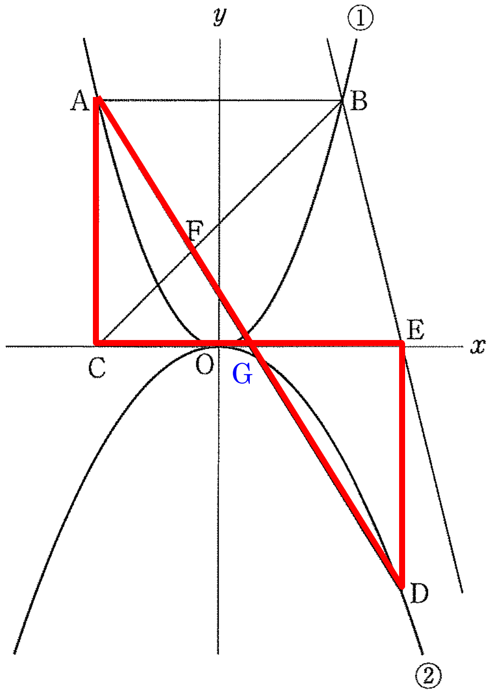
AC∥DEより△ACG∽△DEG

AC：DE＝1：1なのでGはCEの中点となり

CE＝5　なので、$G\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$

AB∥CGより△GCF∽△ABF

$$CG : AB = \frac{5}{2} : 4 = 5 : 8 = CF : AB$$



(ｳ)（別解）

A（－2，4），D（3，－4）を通る直線を求めると，

$$y = -\frac{8}{5}x + \frac{4}{5}$$

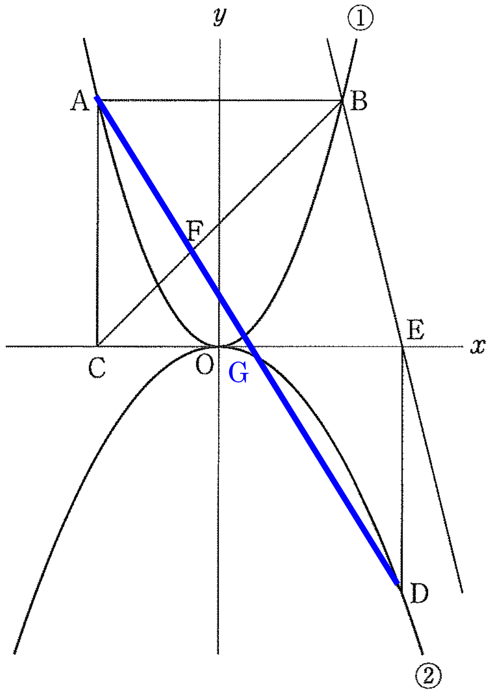
線分ADと x 軸との交点をGとおくと，

y 座標は0より，

$$0 = -\frac{8}{5}x + \frac{4}{5} \quad x = \frac{1}{2} \quad G\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$$

AB∥CGより△GCF∽△ABF

$$CG : AB = \frac{5}{2} : 4 = 5 : 8 = CF : AB$$



二次関数の問題　2

3年（　　　）組（　　　）番　　氏名（　　　　　　　　　　　　　）

(18) 関数 $y=-2x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域は $a \leqq y \leqq b$ である。このとき，a，b の値を求めなさい。

(17) 関数 $y=ax^2$ について，x の値が -3 から -1 まで増加するときの変化の割合が -12 であった。このとき，a の値を求めなさい。

(16) 関数 $y=-x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域は $a \leqq y \leqq b$ である。このとき，a，b の値を求めなさい。

(16) y は x に反比例し、$x=3$ のとき $y=8$ である。$x=4$ のときの y の値を求めなさい。

(15) 関数 $y=-2x^2$ について、x の値が1から3まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(14) x の値が2から4まで増加するとき、２つの関数 $y=ax^2$ と $y=5x$ の変化の割合が等しくなるような a の値を求めなさい。

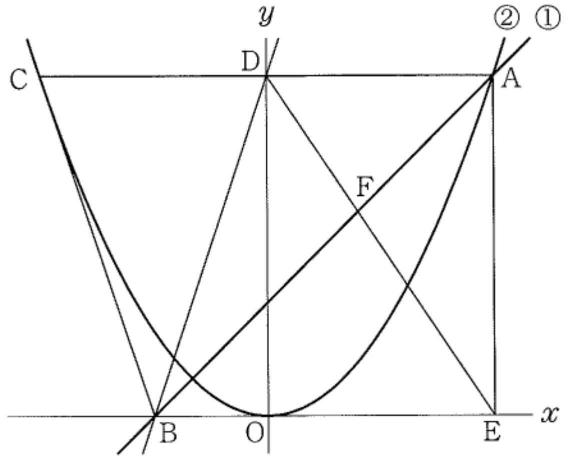
(13) 関数 $y=-3x^2$ について、x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき、y の変域は $a \leqq y \leqq b$ である。a，b の値を求めなさい。

(22) 右の図において，直線①は関数 $y = x + 3$のグラフであり，曲線②は関数 $y = ax^2$のグラフである。点 A は直線①と曲線②との交点で，その x 座標は6であり，点 B は直線①と x 軸との交点である。また，点 C は曲線②上の点で，線分 AC は x 軸に平行であり，点 D は線分 AC と y 軸との交点である。原点を O とするとき，次の問いに答えなさい。

(ア) 曲線②の式 $y = ax^2$の a の値を求めなさい。

(イ) 直線 BD の式を求め，$y = mx + n$ の形で書きなさい。

(ウ) 点 E は x 軸上の点で，線分 AE は y 軸に平行である。直線①と線分 DE との交点を F とするとき，三角形 AEF と三角形 BCD の面積の比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。

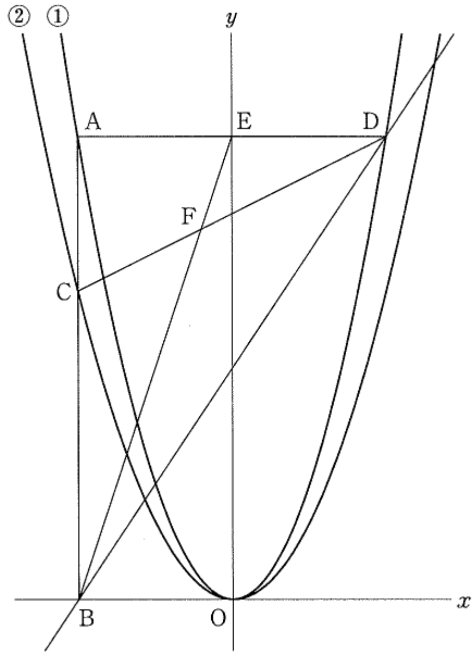


(21) 右の図において，曲線①は関数 $y = x^2$ のグラフであり，曲線②は関数 $y = ax^2$ のグラフである。点 A は曲線①上の点で，その x 座標は -3 である。点 B は x 軸上の点で，線分 AB は y 軸に平行である。点 C は線分 AB と曲線②との交点で，AC : CB = 1 : 2 である。また，点 D は曲線①上の点で，線分 AD は x 軸に平行である。原点を O とするとき，次の問いに答えなさい。

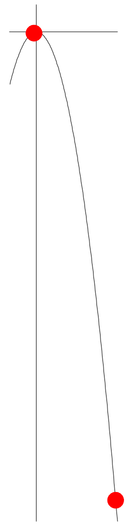
(ア) 曲線②の式 $y = ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ) 直線 BD の式を $y = mx + n$ とするとき，m，n の値を求めなさい。

(ウ) 点 E は線分 AD と y 軸との交点である。線分 BE と線分 CD との交点を F とするとき，線分 CF と線分 FD の長さの比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。



(18) $y = -2x^2$

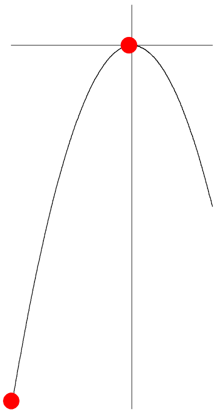


y の最小値は $x = 3$ のときで $y = -18$
y の最大値は $x = 0$ のときで $y = 0$

$a = -18,\ b = 0$

(17) $(-3-1) \times a = -12$ $\quad -4a = -12$ $\quad a = 3$

(16) $y = -x^2$



y の最小値は $x = -3$ のときで
$y = -9$
y の最大値は $x = 0$ のときで
$y = 0$

$a = -9,\ b = 0$

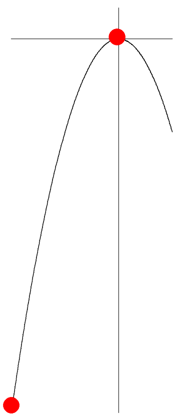
(16) 反比例は積が一定で比例定数となる $\quad a = 3 \times 8 = 24$ $\quad y = 24 \div 4 = 6$ $\quad y = 6$

(15) $(1+3) \times (-2) = -8$

(14) $y = ax^2$ の変化の割合は $(2+4)a = 6a$

$y = 5x$ の変化の割合はいつでも 5 $\quad$ これが等しいので $6a = 5$ $\quad a = \dfrac{5}{6}$

(13) $y = -3x^2$



y の最小値は $x = -2$ のときで $y = -12$
y の最大値は $x = 0$ のときで $y = 0$

$a = -12,\ b = 0$

(22) (ｱ) $a = \dfrac{1}{4}$ $\quad$ (ｲ) $y = 3x + 9$ $\quad$ (ｳ) △AEF : △BCD $= 3 : 5$

(ｱ) 点 A は $y = x + 3$ 上の点，x 座標は 6 より，$x = 6$ を代入して，$y = 6 + 3 = 9$ $\quad$ A (6, 9)

この点は，$y = ax^2$ 上の点でもあるので，$9 = a \times 6^2$ $\quad a = \dfrac{1}{4}$

(ｲ) 点 B は $y = x + 3$ 上の点で，y 座標は 0 だから，$0 = x + 3$ より $x = -3$ $\quad$ B (−3, 0)

また，D (0, 9) より，直線 BD の傾きは 3 コイッテ 9 アガルので傾きは $\dfrac{9}{3} = 3$

したがって、$y = 3x + 9$

(ｳ) △ BCD ＝△ ADE なので

△ ADE と△ AEF を比べる

AD // BE より，△ ADF ∽△ BEF

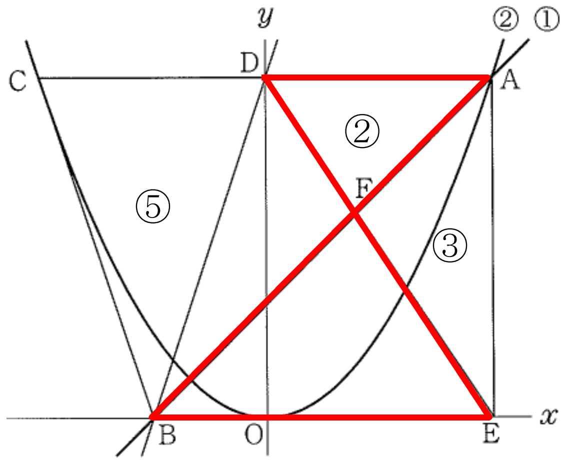
相似比＝ 2 : 3

したがって　DF : FE ＝ 2 : 3

∴△ ADE : △ AEF ＝ 2 : 3

△ BCD ＝△ ADE ＝ 2 ＋ 3 ＝ 5

だから，△ AEF : △ BCD ＝ 3 : 5



(21)

(ｱ) $a=\dfrac{2}{3}$　　(ｲ) $m=\dfrac{3}{2}$, $n=\dfrac{9}{2}$　　(ｳ) CF : FD ＝ 2 : 3

(ｱ)点 A は曲線①上の点で，その x 座標は－ 3　$y=x^2$ に $x=-3$ を代入して $y=9$

A（－ 3，9）となる　　点 C の x 座標は点 A と同じで－ 3

点 C の y 座標は 9 を 1 : 2 で分けているので 6 となり　　C（－ 3，6）

関数 $y=ax^2$ は点 C（－ 3，6）を通っているので代入　　$6=9a$　　$a=\dfrac{2}{3}$

(ｲ)点 B（－ 3，0），D（3，9)を通る直線は 6 コイッテ 9 アガルより傾きは $\dfrac{9}{6}=\dfrac{3}{2}$

点 B と点 D は y 軸に対して x 座標は対称なので　切片は EO の中点となるので $\dfrac{9}{2}$

(ｳ)AC : CB ＝ 1 : 2　点 C から x 軸に平行線を引き

線分 BE との交点を G とすると、

△ BCG ∽△ BAE より

CG : AE ＝ CG : ED ＝ 2 : 3

△ CGF ∽△ DEF より

CG : ED ＝ CF : FD ＝ 2 : 3